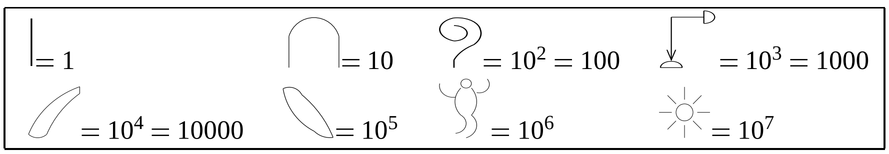
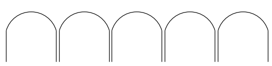
OUD-EGYPTISCHE WISKUNDE

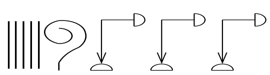
Wij putten onze kennis van de oud-Egyptische wiskunde voornamelijk uit twee mathematische papyri: allereerst uit de reeds vermelde Papyrus Rhind, die 84 opgaven bevat, en ten tweede uit de zgn. Moskouse Papyrus, die misschien twee eeuwen ouder is, en 25 opgaven heeft. Deze problemen waren al oude kost toen die papyri werden geschreven, maar er zijn ook papyri gevonden die van veel later, zelfs uit de tijd der Romeinen en Byzantijnen stammen, en die dezelfde methoden gebruiken. Deze methoden zijn gebaseerd op een tientallig getallenstelsel waarin iedere hogere eenheid, 1, 10, 100, 1000 enz. door een apart symbool wordt aangeduid.

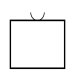
De door de Egyptenaren gebruikte symbolen zien er alsvolgd uit:



Het getal 50 ziet er dan zo uit : 

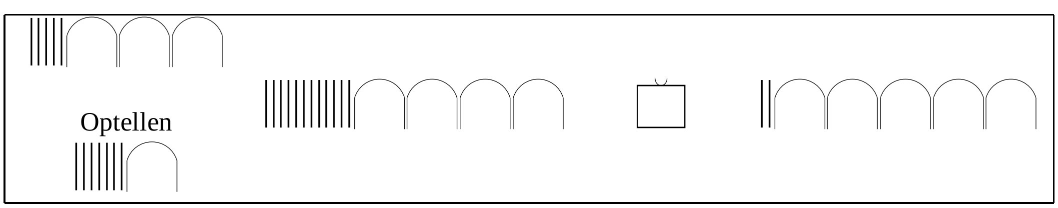
Het getal 3 miljoen : 

Het getal 3105=3*1000+100+5 ziet er alsvolgd uit : 
Zo je ziet is de volgorde anders dan bij ons. De Egyptenaren beginnen met de *éé*nheden, dan de tientallen, waarna de honderdtallen etc.

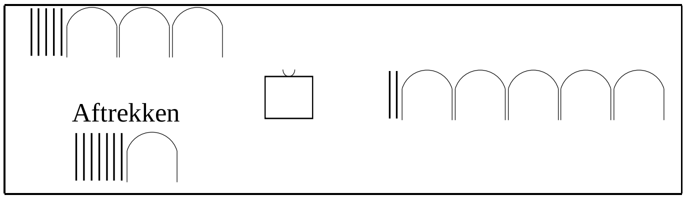
De Egyptenaren gebruikten ook een symbool voor ’is gelijk aan’, nl. : 

OPTELLEN EN AFTREKKEN

Optellen en aftrekken waren eenvoudige processen.
Om twee getallen bij elkaar op te tellen werden alle symbolen van hetzelfde type bij elkaar gezet. 10 dezelfde symbolen werden vervangen door een symbool van hogere orde.
Bijv. 35+17:



Bij aftrekken wordt het proces omgekeerd doorlopen, dus



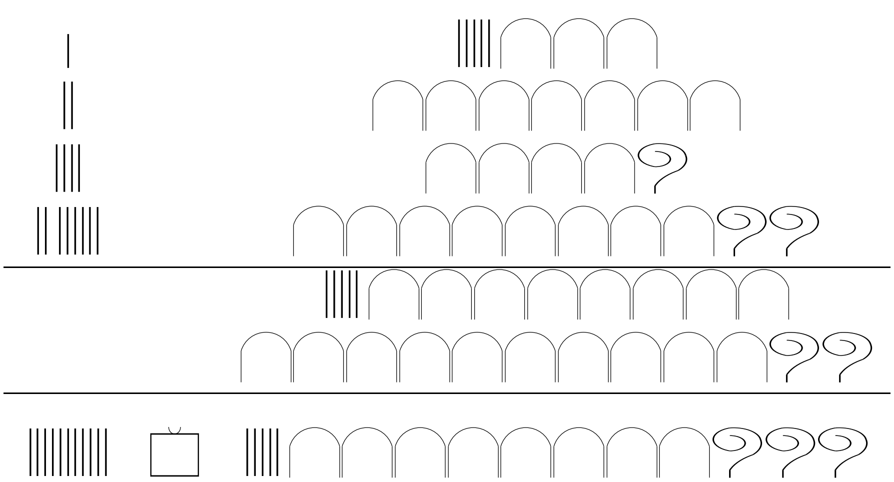
Opdracht 1
Bereken op de oud-Egyptische manier de volgende sommen.
a) 34+28
b) 116+91
c) 230021+36001
d) 453-37

VERMENIGVULDIGEN EN DELEN

De oud-Egyptenaren vermenigvuldigden door middel van een herhaalde optelling. Hierbij maakten ze gebruik van verdubbeling en/of halvering.
Bijvoorbeeld 35*11 ziet er dan zo uit met onze eigen symbolen(cijfers):

→1	35
→2	70
4	140
→8	280
1+2+8=11	35+70+280=385

En zo in oud-Egyptische symbolen



Delen is de omgekeerde bewerking van vermenigvuldiging.
Daarbij dachten Egyptenaren niet aan de bewerking delen, maar ook hier aan een herhaalde optelling. Waar we bij ons de vraag stellen naar bijvoorbeeld ’de uitkomst van 1075 gedeeld door 25’, stellen de Egyptenaren zich de vraag: ’hoe vaak moet 25 bij zichzelf worden opgeteld om 1075 te krijgen’.

1	25←
2	50←
4	100
8	200←
16	400
32	800←
1+2+8+32=43	25+50+200+800=1075

Opdracht 2
Bereken op de oud-Egyptische manier de volgende sommen,
(zowel met onze symbolen als de Egyptische)
a) 24*17
b) 66*21
c) 19*112
d) 1480:40

EGYPTISCHE BREUKEN

Breuken, zoals wij die kennen, bestonden 3000 voor Chr. niet in Egypte. (Ze bestonden ook niet in Europa. Hier kwamen ze pas in de 17^e eeuw.)
De oud-Egyptenaren rekenden wel in stambreuken. Dit zijn breuken waarbij de teller altijd 1 is. Een Egyptische breuk is dan opgebouwd uit verschillende stambreuken, waarbij de verschillende noemers oplopen van klein naar groot. Hieronder zie je een aantal voorbeelden.

$\frac{1}{3}+\frac{1}{15}=\frac{2}{5}$
$\frac{1}{4}+\frac{1}{28}=\frac{2}{7}$
$\frac{1}{5}+\frac{1}{37}+\frac{1}{4070}=\frac{5}{22}$

Als enige niet-stambreuk kenden de Egyptenaren de breuk $\frac{2}{3}$.
Elke breuk is te schrijven als een Egyptische breuk, dus opgebouwd uit stambreuken.
Een manier om een breuk te schrijven als Egyptische breuk vind je hieronder.

We bekijken de breuk $\frac{4}{23}$
$\frac{23}{4}=5\frac{3}{4}$. We nemen nu het gehele getal, welke het dichtst bij $5\frac{3}{4}$ ligt en groter is dan $5\frac{3}{4}$.
Dat is het getal 6.
Nu trekken we $\frac{1}{6}$ van $\frac{4}{23}$ af.
$\frac{4}{23}-\frac{1}{6}=\frac{24}{138}-\frac{23}{138}=\frac{1}{138}$

$\frac{4}{23}=\frac{1}{6}+\frac{1}{138}$

We kijken ook nog even naar $\frac{5}{22}$
$\frac{22}{5} = 4\frac{2}{5}$. Het gehele getal groter dan $4\frac{2}{5}$ is 5.
$\frac{5}{22} - \frac{1}{5} = \frac{25}{110} - \frac{22}{110} = \frac{3}{110}$. Dus $\frac{5}{22} = \frac{1}{5} + \frac{3}{110}$. ($\leftarrow$)
Hetzelfde doen we nu met $\frac{3}{110}$
$\frac{110}{3} = 36\frac{2}{3}$. Het gehele getal groter dan $36\frac{2}{3}$ is 37.
$\frac{3}{110} - \frac{1}{37} = \frac{111}{4070} - \frac{110}{4070} = \frac{1}{4070}$. Dus $\frac{3}{110} = \frac{1}{37} + \frac{1}{4070}$. ($\leftarrow$)

$\frac{5}{22} = \frac{1}{5} + \frac{3}{110} = \frac{1}{5} + \frac{1}{37} + \frac{1}{4070}$ (Hier maak je gebruik van de getallen bij de pijlen)
Er zijn ook andere mogelijkheden om $\frac{5}{22}$ op te splitsen in stambreuken.
$\frac{5}{22} = \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{561}$
$\frac{5}{22} = \frac{1}{6} + \frac{1}{22} + \frac{1}{66}$
Alhoewel deze laatste opsplitsing de mooiste is, omdat er hier gebruik gemaakt wordt van de kleinste noemers, maken we bij opdracht 3 gebruik van de bovenstaande methode. Deze methode werkt namelijk altijd.

Opdracht 3

Schrijf de volgende breuken als Egyptische breuken.
a) $\frac{5}{9}$
b) $\frac{4}{11}$
c) $\frac{3}{7}$
d) $\frac{7}{23}$

De Papyrus Rhind, bevat een tabel, waarin alle ontledingen staan van de breuken, die de vorm $\frac{2}{n}$ hebben.
n is hierbij een oneven getal vanaf 3 tot 101.
Hieronder zie je er een paar.
$\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$
$\frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$
$\frac{2}{9} = \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$
$\frac{2}{15} = \frac{1}{10} + \frac{1}{30}$
$\frac{2}{17} = \frac{1}{12} + \frac{1}{51} + \frac{1}{68}$
$\frac{2}{101} = \frac{1}{101} + \frac{1}{202} + \frac{1}{303} + \frac{1}{606}$
Met behulp van deze tabel waren de Egyptenaren in staat te vermenigvuldigen met Egyptische breuken.
We laten dit zien voor devolgende vermenigvuldiging : $\frac{51}{4} * \frac{11}{5}$
$\frac{51}{4} = 12\frac{3}{4}$ en $\frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}$

$$
\begin{array}{r|l}
1 & 2 + \frac{1}{5} \\
2 & 4 + \frac{2}{5} = 4 + \frac{1}{3} + \frac{1}{15} \\
\rightarrow 4 & 8 + \frac{2}{3} + \frac{2}{15} = 8 + \frac{2}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30} \\
\rightarrow 8 & 16 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{10} + \frac{2}{30} = 17 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15} \\
\rightarrow \frac{1}{2} & 1 + \frac{1}{10} \\
\rightarrow \frac{1}{4} & \frac{1}{2} + \frac{1}{20} \\
& \\
\hline\hline
4+8+\frac{1}{2} + \frac{1}{4} & 8 + \frac{2}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30} + 17 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15} + 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{2} + \frac{1}{20} = \\
& 26 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{2}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \\
& 27 + \frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = 27 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \\
& 27 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{15} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = 27 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \\
& 27 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{30}
\end{array}
$$