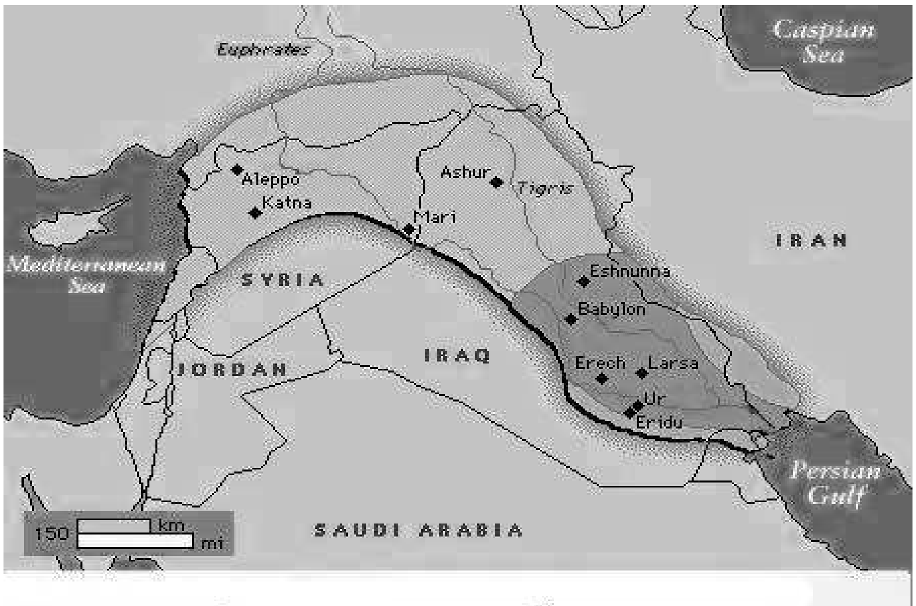
WISKUNDE VAN MESOPOTAMIE

Mesopotamië was een gebied in Voor-Azië, dat tussen de rivieren Eufraat en Tigris lag.



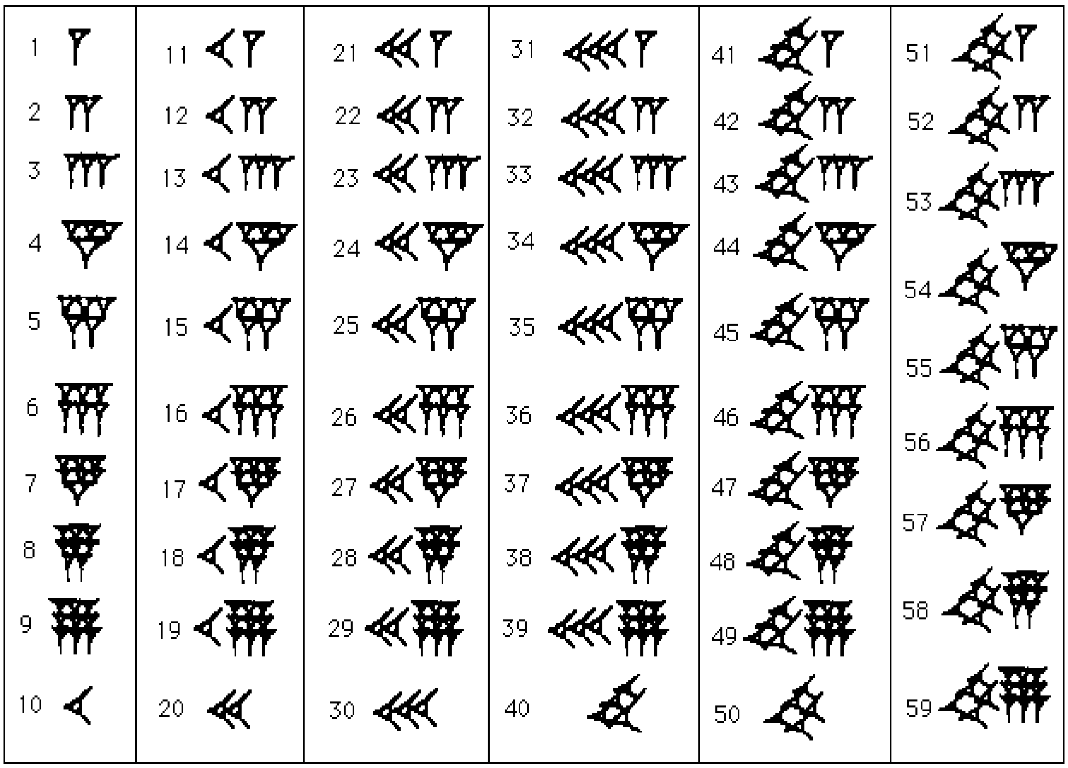
Deze regio was het centrum van de Soemerische beschaving rond 3500 v.C.
Dit was een ontwikkelde samenleving met steden, irrigatiesystemen, een juridisch aparaat en zelfs een voorloper van de P.T.T. Het Soemerisch schrift ontwikkelde zich. Het rekenen was gebaseerd op het 60-tallig (sexagesimaal) stelsel.
Rond 2300 v.C. vielen de Akkadiërs dit gebied binnen. De simpeler beschaving van de Akkadiërs vermengde zich met de ontwikkelde beschaving van de Soemeriërs. De Akkadiërs vonden de abacus uit, een rekentafel, en zij ontwikkelden een tamelijk onhandige methode om berekeningen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) uit te voeren.
De Soemeriërs kwamen rond 2100 v.C. weer even aan het bewindt.
2000 v.C. vielen de Babyloniërs Mesopotamië binnen en versloegen de Soemeriërs. Ze bouwden hun hoofdstad in Babylon. (zie kaartje)
De Soemeriërs hadden een abstracte vorm van schrijven ontwikkeld, gebaseerd op wigvormige symbolen. Deze symbolen werden geschreven op vochtige kleitabletten, welke gebakken werden in de hete zon. Duizenden van deze kleitabletten bestaan nu nog. Op deze tabletten konden geen ronde lijnen worden getrokken, vandaar de wigvormige symbolen.
Babyloniërs namen deze wigvormige schrijfwijze op kleitabletten over van de Soemeriërs.

De heersers over Mesopotamië zorgden ervoor dat er kanalen werden gegraven, omdat kanalen belangrijk waren voor irrigatie. Bovendien waren kanalen belangrijk voor transport van goederen en legereenheden. De heersers zullen Babylonische wiskundigen hebben opgedragen om aantallen werknemers en aantallen werkdagen, die nodig zijn om een kanaal te graven, te berekenen. Deze berekende getallen vind je terug in de kleitabletten.

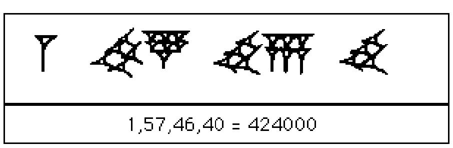
Een Babylonische dag telde 24 uur, net als bij ons. Ieder uur telde 60 minuten. Iedere minuut telde 60 seconden. Als wij schrijven 5.25’30” , 5 uur, 25 minuten en 30 seconden, dan betekent dit $5 + \frac{25}{60} + \frac{30}{3600}$.

HET SEXAGESIMALE (60-TALLIGE) GETALLENSTELSEL

De Babyloniërs namen het sexagesimale getallenstelsel over van de Soemeriërs.
De Babyloniërs ontwikkelden het systeem dat een cijfer afhankelijk van de positie in een getal een bepaald gewicht heeft. (Bij ons : 2388 . De eerste 8 betekent 80, de laatste 8 betekent 8)
Dit sexagesimale stelsel was opgebouwd uit maar twee symbolen.



Hieronder zie je dat de Babyloniërs dezelfde volgorde gebruiken als wij. Het kleinste cijfer helemaal rechts.



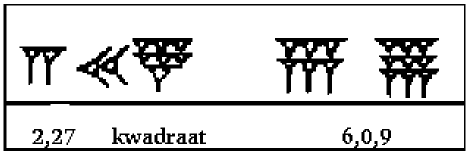
Hier zie je het Babylonische getal

$1,57,46,40 = 1 * 60^3 + 57 * 60^2 + 46 * 60 + 40 * 1$

$= 424000$

De Babyloniërs hadden geen apart symbool voor het cijfer 0. Het sexagesimale getal 1 en 1,0 wat decimaal 1 en 60 betekent, werden op dezelfde manier geschreven.
Uit de kontekst van een verhaal moest opgemaakt worden welk van de twee bedoeld werd.
Je zult begrijpen dat dit meestal gemakkelijk is. (Als je een reep chocolade wilt halen en je ziet op het prijskaartje 1,2 staan, dan weet je dat dit 1,2 euro moet zijn en niet 1,2 eurocent.)

Een nul midden in een getal werd uitgedrukt door het nemen van iets meer ruimte.



Hier zie je een voorbeeld, waarin het kwadraat van 147 is berekend.

$2,27_s = 2*60+27 = 147_t\ 147^2 = 21609$.
$6,0,9_s = 6*60^2+0*60+9*1 = 21609$.
Tussen de 6 en de 9 zie je op de tablet inderdaad iets meer ruimte.

Opdracht 10
Reken de volgende sexagesimale getallen om naar decimale, en de decimale naar sexagesimale.
We gaan er vanuit dat de meest rechtse cijfers eenheden zijn (dus vermenigvuldigen met 1)

a) $1,12_s$	e) 72_t
b) $1,1,37_s$	f) 3661_t
c) $2,12,3_s$	g) 487_t
d) $12,33,4,4_s$	h) 223545_t

In ons decimale getallenstelsel kun je een aantal breuken decimaal schrijven. Bijvoorbeeld
$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0,5$; $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0,2$; $\frac{1}{4} = \frac{2}{10} + \frac{5}{100} = 0,25$; $\frac{1}{8} = \frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000} = 0,125$
$\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}$, etc kunnen we niet precies decimaal schrijven.
Omdat 60 deelbaar is door 2, 3, 4, 5, 10, 12, 15, 20 en 30 kunnen we een heleboel getallen sexagesimaal schrijven.[1] Bijvoorbeeld

$0;2_s = \frac{2}{60} = \frac{1}{30}$	$0;12_s = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$
$0;3_s = \frac{3}{60} = \frac{1}{20}$	$0;15_s = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$
$0;4_s = \frac{4}{60} = \frac{1}{15}$	$0;20_s = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$
$0;5_s = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$	$0;30_s = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$
$0;10_s = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$	

Zo zie je dat $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ en $\frac{1}{6}$ sexagesimaal geschreven kunnen worden.
$\frac{1}{8}$ kan ook sexagesimaal geschreven worden.

$$\left.\begin{array}{c} \frac{1}{8} = \frac{450}{3600} \\ 450 : 60 = 7\,rest\ 30 \end{array}\right\} : \frac{1}{8} = \frac{450}{3600} = \frac{420}{3600} + \frac{30}{3600} = \frac{7}{60} + \frac{30}{3600} = 0;7,30_s$$

Opdracht 11
Reken zelf $\frac{1}{9}$ om naar een sexagesimaal getal.

$\frac{1}{7}$ kan niet sexagesimaal geschreven worden. Dit zijn er minder dan in ons decimale stelsel.

Opdracht 12
Reken de volgende sexagesimale getallen om naar decimale (breuken mag je na vereenvoudiging laten staan) en de decimale naar sexagesimale.

[1] De puntkomma staat voor de scheiding tussen het hele getal en de breuk.
De Babyloniërs kenden dit teken niet. Ook hier moest het verhaal eromheen duidelijkheid geven .

a) $4,15;15_s$	e) $16,5_t$
b) $1,30,1;2,30_s$	f) $72,2_t$
c) $3;30,30_s$	g) $770,25_t$
d) $50,6;12_s$	f) $66,12_t$

De Babyloniërs hebben verschillende tabellen gemaakt, die hen hielpen bij het rekenen. Twee kleitabletten zijn in 1854 gevonden in Senkerah bij de Eufraat. Deze tabletten zijn ongeveer 4000 jaar oud. (2000 v.C.)
Deze tabellen bevatten kwadraten van de getallen tot en met 59, en derde-machten tot en met 32. Hieronder zie je een aantal kwadraten.

8	$1,4_s$	$1*60+4=64_t$
9	$1,21_s$	$1*60+21=81_t$
10	$1,40_s$	$1*60+40=100_t$
11	$2,1_s$	$2*60+1=121_t$
50	$41,40_s$	$41*60+40=2500_t$
59	$58,1_s$	$58*60+1=3481_t$

De Babyloniërs gebruikten de volgende formule voor het vermenigvuldigen van getallen.
Getal A noemen we voor het gemak A .
Getal B noemen we voor het gemak B.

Formule : $A*B=\frac{(A+B)^2-(A-B)^2}{4}$

Opdracht 13

Controlleer deze formule voor de volgende vermenigvuldigingen.
Reken gewoon decimaal.
a) $7*5$
b) $112*43$
c) $3\frac{1}{3}*\frac{1}{4}$
d) $8\frac{1}{7}*\frac{4}{5}$

Zo zie je dat voor het vermenigvuldigen van getallen ze alleen maar een tabel met kwadraten nodig hadden. Daarnaast simpelweg optellen, aftrekken en $\frac{1}{4}$ van het antwoord nemen.
Delen was moeilijker.
Bij het delen van getallen gebruikten ze de volgende formule.
Getal A noemen we weer A.
Getal B noemen we B.
Dan krijgen we de volgende formule: $\frac{A}{B}=A*\frac{1}{B}$ (bijv. $\frac{6}{2}=6*\frac{1}{2}=3$)
Om te delen heb je dan een tabel met omgekeerden nodig. Er bestaan nog kleitabletten met omgekeerden van getallen tot een biljoen. (=1000000000000=10^{12}). Kortom dat is nogal wat.
Hieronder zie je een gedeelte van zo'n tabel.

2	$0;30_s$	$\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$
3	$0;20_s$	$\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$
4	$0;15_s$	
5	$0;12_s$	
6	$0;10_s$	
8	$0;7,30_s$	$\frac{7}{60} + \frac{30}{3600} = \frac{420}{3600} + \frac{30}{3600} = \frac{450}{3600} = \frac{1}{8}$
9	$0;6,40_s$	
10	$0;6_s$	
12	$0;5_s$	$\frac{5}{60} = \frac{1}{12}$
15	$0;4_s$	$\frac{4}{60} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$
16	$0;3,45_s$	
18	$0;3,20_s$	

Opdracht 14
Laat zien dat de rest van de omgekeerden ook klopt door de tabel verder in te vullen.

Opdracht 15
Bereken zelf de omgekeerden van 20, 24, 25 en 27. Reken om naar sexagesimaal.

De tabellen van de Babyloniërs bevatten niet de omgekeerden van 7, 11 en 13.
$\frac{1}{7}$, $\frac{1}{11}$, en $\frac{1}{13}$ zijn in het sexagesimale getallenstelsel niet eindig.
Net als $\frac{1}{3}$ bij ons. $\frac{1}{3} = 0,333333333333333333333333333333333333333$ enz
Babyloniërs rekenden dan alsvolgd.
$\frac{1}{13} = \frac{7}{91} = 7 * \frac{1}{91} \approx 7 * \frac{1}{90}$.

Hoe komen de Babyloniërs nu aan een 60-tallig stelsel?
Daar bestaan verschillende theorieen over, waarvan ik er twee zal noemen.
Een jaar bevat ongeveer 360 dagen.
Een andere theorie heeft te maken met het tellen op je vingers. Elke vinger heeft 3 kootjes.
*Als je nu de duim van de ene hand buiten beschouwing laat, dan heb je 4*3=12 kootjes.*
Nu tel je door met de vingers van je andere hand te wijzen. Je hebt 5 vingers .
*5*12=60.*

Bronnen

Professor D.J. Struik : Geschiedenis van de wiskunde
website : http://www.math.buffalo.edu/mad/Ancient-Africa
website:http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history

Ben je geinteresseerd in meer geschiedenis van de oudheid, bezoek dan de website van Mevrouw Evers:
Homepagehttp://www.xs4all.nl/~montag